INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN VASLUI

INSPECTORATUL
ŞCOLAR JUDEŢEAN VASLUI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”
Etapa locală, 19.02.2017

Filiera tehnologică: profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

Clasa a XI-a

1. Se consideră matricea $= \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

a) Să se verifice că $A^2 = 5A$.

b) Să se demonstreze că $A^n = 5^{n-1} \cdot A, (\forall)\ n \in \mathbb{N}$.

c) Să se arate că matricea $A - A^2 + A^3 - \cdots + (-1)^{99} \cdot A^{100}$ are toate elementele strict negative.

2. a) Să se calculeze $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+1} + 2017x}{2016x+1}$.

b) Să se determine valorile reale ale lui a pentru care $\lim\limits_{x \to a} \sqrt{x-2017} = 2017 - a$

c) Să se determine valorile reale ale parametrilor a,b pentru care

$\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{2017^x - a}{\ln x} = b$

3. Fie A= $\begin{pmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{pmatrix}$, $a, b, c \in \mathbb{R}$.

a. Calculând în două moduri determinantul matricei A, sa se demonstreze egalitatea:

$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)$.

b. Dacă $a + b + c \geq 0$, să se demonstreze ca $detA \geq 0$.

4. Se considera $L_n = \lim\limits_{x \to 0} \frac{1 - \sqrt{(2x)^2+1} \cdot \sqrt[3]{(3x)^2+1} \cdot \ldots \cdot \sqrt[n]{(nx)^2+1}}{x^2}$, $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$.

a) Să se calculeze L_2 și L_3.

b) Să se calculeze L_n, $n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\}$.

Notă:
Timp de lucru 3 ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.